www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ : ۳۰	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۵/۱۰/۱۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه ۱۳۸۵		اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید : $\frac{۱}{۱\times۳}+\frac{۱}{۳\times۵}+.....+\frac{۱}{(۲n-۱)(۲n+۱)}=\frac{n}{۲n+۱} \quad (n\in N)$	۱/۷۵
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید حاصل ضرب دو عدد فرد یک عدد فرد است .	۰/۷۵
۳	برای هر عدد حقیقی و مثبت a ثابت کنید : $a+\frac{۱}{a}\geq ۲$	۱
٤	می دانیم $\sqrt{۲}$ عدد گنگ است ثابت کنید عدد $x=\sqrt{۱+\sqrt{۲}}$ گنگ است. (برهان خلف)	۱
٥	اگر ۱۰ نقطه داخل یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد انتخاب شده باشد ثابت کنید حداقل ۲ نقطه وجود دارد که فاصله‌ی آنها کمتر از $\frac{۱}{۳}$ است .	۱
٦	اگر $A_i=[-i,۴-i], i\in\{۱,۲,۳\}$ آنگاه دو مجموعه $\bigcap_{i=۱}^{۳}A_i$ و $\bigcup_{i=۱}^{۳}A_i$ را مشخص کنید .	۱/۲۵
۷	با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید : $(A\cap B)-(B\cap C)=(A-B')-C$	۱/۲۵
۸	اگر $A=\{۱,۲\}, B=\{۲,۳\}$ باشد عضوهای مجموعه‌ی $A^۲-B^۲$ را مشخص کنید.	۱
۹	اگر $A=\{x \mid x\in R, \ ۰\leq x^۲\leq ۴\}$ و $B=\{x \mid x\in R, \ ۰\leq x\leq ۷\}$ باشد، $A\times B$ را با رسم شکل نشان دهید..	۰/۵
۱۰	رابطه‌ی R روی $z^۲-\{(۰,۰)\}$ به صورت $(x,y)R(z,t)\Leftrightarrow x^۲t=z^۲y$ تعریف شده است . الف) ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[(۱,۵)]$ را مشخص کنید .	۱/۵
	« ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ : ۳۰	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۵/۱۰/۱۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه ۱۳۸۵		اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	دو تاس را با هم می اندازیم مطلوب است تعیین : الف) پیشامد A که مجموع اعداد دو تاس ۷ باشد. ب) پیشامد B که عدد دو تاس زوج باشد. ج) پیشامد C که مجموع اعداد دو تاس کمتر از ۷ باشد.	۲
۱۲	۵ نفر زن و ۶ نفر مرد برای شغلی تقاضا کرده اند با این حال امکان استخدام تنها برای ۵ نفر از آنها وجود دارد مطلوب است محاسبه‌ی احتمال این که : الف) ۳ زن و ۲ مرد انتخاب شوند . ب) ۵ زن انتخاب شوند .	۱/۲۵
۱۳	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است در پرتاب این تاس احتمال آنکه عدد تاس کوچکتر از ۴ باشد چقدر است ؟	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی از بازه‌ی $[۰,۲]$ به تصادف انتخاب می کنیم ، احتمال این که مجموع این دو عدد بین ۱ و ۳ باشد را تعیین کنید.	۱/۷۵
۱۵	اگر $P(A)=۰/۳$ و $P(B')=۰/۴$ و $P(A\cup B)=۰/۷$ مطلوبست $P(A'\cap B')$.	۱/۵
۱۶	اگرنسبت احتمال قبول شدن علی به قبول نشدن علی $\frac{۲}{۳}$ باشد ، آنگاه احتمال قبول شدن علی را تعیین کنید.	۱
	جمع نمرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۵/۱۰/۱۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح

۱

$$\begin{cases} P(1): \frac{1}{1\times 3}=\frac{1}{2+1} \qquad \frac{1}{3}=\frac{1}{3} \quad (0/25) \\ P(K): \frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{3\times 5}+\ldots\ldots+\frac{1}{(2K-1)(2K+1)}=\frac{K}{2K+1} \quad (0/25) \end{cases}$$

حکم استقرا $P(K+1): \frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{3\times 5}+\ldots..+\frac{1}{(2K-1)(2K+1)}+\frac{1}{(2K+1)(2K+3)}=\frac{K+1}{2K+3}$ (۰/۲۵)

طرف چپ حکم $\frac{K}{(2K+1)}+\frac{1}{(2K+1)(2K+3)}=\frac{K(2K+3)+1}{(2K+1)(2K+3)}=\frac{2K^2+3K+1}{(2K+1)(2K+3)}$ (۰/۵)

$$=\frac{(2K^2+2K+K+1)}{(2K+1)(2K+3)}=\frac{2K(K+1)+(K+1)}{(2K+1)(2K+3)}=\frac{(K+1)(2K+1)}{(2K+1)(2K+3)}=\frac{K+1}{2K+3} \quad (0/25)$$

(۰/۲۵)

۲

$$\begin{cases} x=2K+1 & K\in Z \\ y=2K'+1 \quad (0/25) & K'\in Z \end{cases}$$

$$x.y=(2K+1)(2K'+1)$$
$$x.y=4KK'+2K+2K'+1 \quad (0/25)$$
$$x.y=2(2KK'+K+K')+1 \qquad x.y=2q+1 \quad (0/25)$$

۳

$(a-1)^2\geq 0 \quad (0/25) \Leftrightarrow a^2-2a+1\geq 0 \Leftrightarrow$

طرفین این نامعادله را بر a تقسیم می کنیم (۰/۲۵)

$a^2+1\geq 2a$

$\Leftrightarrow \frac{a^2}{a}+\frac{1}{a}\geq\frac{2a}{a}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow \quad a+\frac{1}{a}\geq 2 \qquad (0/25)$

۴

از برهان خلف استفاده کرده و می گوییم اگر $x=\sqrt{1+\sqrt{2}}$ اصم نباشد پس گویا ست(۰/۲۵)

$$\begin{cases} a,b\in z \\ b\neq 0 \end{cases} \quad \sqrt{1+\sqrt{2}}=\frac{a}{b} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \quad (0/25) \qquad 1+\sqrt{2}=\frac{a^2}{b^2}\Rightarrow\sqrt{2}=\frac{a^2}{b^2}-1 \quad (0/25)$$

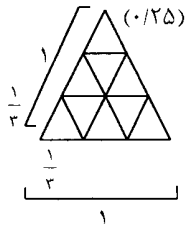
گویا = گنگ

که این تناقض است پس حکم بر قرار است(۰/۲۵)

۵

اضلاع مثلث رابه ۳ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و مثلث اصلی را به ۹ مثلث متساوی الاضلاع

به ضلع $\frac{1}{3}$ تقسیم می کنیم(۰/۲۵)در این صورت ۱۰ نقطه را به منزلهٔ کبوتر و ۹ مثلث ایجاد شده را به منزلهٔ لانهٔ کبوتر در نظر می گیریم که ۹<۱۰ (۰/۲۵) پس طبق اصل لانه کبوتر اگر هر نقطه داخل یک مثلث قرار گیرد باید نقطه دهم هم داخل یکی از مثلث ها قرار بگیرد پس حداقل فاصلهٔ ۲ نقطه از این ۱۰ نقطه کمتر از $\frac{1}{3}$ است(۰/۲۵)



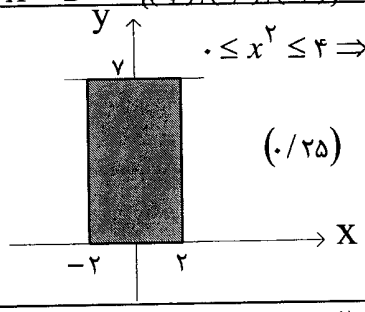
« ادامه در صفحه‌ی دوم »

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۵/۱۰/۱۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
۶	$i=1 \Rightarrow A_1=[-1,4-1]=[-1,3]$ (۰/۲۵) $i=2 \Rightarrow A_2=[-2,4-2]=[-2,2]$ (۰/۲۵) $i=3 \Rightarrow A_3=[-3,4-3]=[-3,1]$ (۰/۲۵) $\bigcap_{i=1}^{3} A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 = [-1,1]$ (۰/۲۵) $\bigcup_{i=1}^{3} A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 = [-3,3]$ (۰/۲۵)
۷	طرف اول $=(A\cap B)-(B\cap C)=$ $(A\cap B)\cap(B\cap C)'$ (۰/۲۵)= $(A\cap B)\cap(B'\cup C')$ (۰/۲۵)= $[(A\cap B)\cap B']\cup[(A\cap B)\cap C']$ (۰/۲۵)= $[A\cap(B\cap B')]\cup[(A\cap B)\cap C']$ (۰/۲۵)= $\phi\cup[(A\cap B)\cap C']=(A\cap B)\cap C'=(A-B')-C$ (۰/۲۵)=طرف دوم
۸	$A^2=\{(x,y)\mid x\in A, y\in A\}$ $A^2=A\times A=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$ (۰/۲۵) $B^2=B\times B=\{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$ (۰/۲۵) $A^2-B^2=\{(1,1),(1,2),(2,1)\}$ (۰/۵)
۹	 $0\le x^2\le 4\Rightarrow -2\le x\le 2$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۱۰	$(x,y)R(x,y)\Leftrightarrow x^2y=x^2y$ (۰/۲۵) $\begin{cases}(x,y)R(z,t)\Rightarrow(z,t)R(x,y)\\ x^2t=z^2y\Rightarrow z^2y=x^2t\end{cases}$ (۰/۲۵) $\begin{cases}(x,y)R(z,t)\text{ و }(z,t)R(e,f)\Rightarrow(x,y)R(e,f)\ (۰/۲۵)\\ \begin{cases}x^2t=z^2y\\ z^2f=e^2t\end{cases}\xrightarrow{\times} x^2tz^2f=z^2ye^2t\to x^2f=e^2y\ (۰/۲۵)\end{cases}$ نتیجه می گیریم که R یک رابطهٔ هم ارزی است $[(1,5)]=\{(x,y)\mid(x,y)R(1,5)\}$ (۰/۲۵) $=\{5x^2=(1)(y)\}=\{y=5x^2\}$ (۰/۲۵)

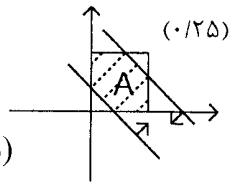
« ادامه در صفحه‌ی سوم »

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: **۱۳۸۵/۱۰/۱۶**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
۱۱	الف) $A=\{(۱,۶),(۶,۱),(۲,۵),(۵,۲),(۳,۴),(۴,۳)\}$ (۰/۵) ب) $B=\{(۲,۲),(۲,۴),(۲,۶),(۴,۲),(۴,۴),(۴,۶),(۶,۲),(۶,۴),(۶,۶)\}$ (۰/۷۵) ج) $C=\{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۱,۵),(۲,۱),(۲,۲),(۲,۳),(۲,۴),(۳,۱),(۳,۲),(۳,۳),(۴,۱),(۴,۲),(۵,۱)\}$ (۰/۷۵)
۱۲	الف) $P(A)=\dfrac{\binom{۵}{۳}\binom{۶}{۲}}{\binom{۱۱}{۵}}=\dfrac{۲۵}{۷۷}$ (۰/۷۵) ب) $P(B)=\dfrac{\binom{۵}{۵}\binom{۶}{۰}}{\binom{۱۱}{۵}}=\dfrac{۱}{۴۶۲}$ (۰/۵)
۱۳	$P(۱)=P(۳)=P(۵)=\omega$ $P(۲)=P(۴)=P(۶)=۳\omega$ (۰/۲۵) $P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)+P(۵)+P(۶)=۱$ (۰/۲۵) $\omega+۳\omega+\omega+۳\omega+\omega+۳\omega=۱\Rightarrow ۱۲\omega=۱\Rightarrow \omega=\dfrac{۱}{۱۲}$ (۰/۲۵) $P(۱)=P(۳)=P(۵)=\dfrac{۱}{۱۲}$ (۰/۲۵) $P(۲)=P(۴)=P(۶)=۳\left(\dfrac{۱}{۱۲}\right)=\dfrac{۳}{۱۲}$ (۰/۲۵) $P(A)=P(۱)+P(۲)+P(۳)=\dfrac{۱}{۱۲}+\dfrac{۳}{۱۲}+\dfrac{۱}{۱۲}=\dfrac{۵}{۱۲}$ (۰/۲۵)
۱۴	$S=\left\{(x,y)\in R^۲ \mid ۰\le x\le ۲\ ,\ ۰\le y\le ۲\right\}$ $A=\left\{(x,y)\in R^۲ \mid ۱\le x+y\le ۳\right\}$ $a(s)=۲\times ۲=۴$ (۰/۲۵) $\begin{cases}x+y\ge ۱\\ x+y\le ۳\end{cases}$ (۰/۲۵)  (۰/۲۵) $a(A)=۴-\left(\dfrac{۱\times ۱}{۲}+\dfrac{۱\times ۱}{۲}\right)=۴-\left(\dfrac{۱}{۲}+\dfrac{۱}{۲}\right)=۳$ (۰/۵) $P(A)=\dfrac{a(A)}{a(s)}=\dfrac{۳}{۴}$ (۰/۵)
۱۵	راه اول : $P(B)=۱-P(B')=۱-۰/۴=۰/۶$ (۰/۲۵) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵) $۰/۷=۰/۳+۰/۶-P(A\cap B)$ $P(A\cap B)=۰/۲$ (۰/۲۵) $P(A'\cap B')=۱-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$ (۰/۲۵) $P(A'\cap B')=۱-۰/۳-۰/۶+۰/۲=۰/۳$ (۰/۵) راه دوم : $P(A'\cap B')=P(A\cup B)'=۱-P(A\cup B)$ (۰/۷۵) $P(A'\cap B')=۱-۰/۷=۰/۳$ (۰/۷۵)
۱۶	$\dfrac{P(A)}{P(A')}=\dfrac{۲}{۳}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \dfrac{P(A)}{۱-P(A)}=\dfrac{۲}{۳}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $۳P(A)=۲-۲P(A)\Rightarrow ۵P(A)=۲$ $P(A)=\dfrac{۲}{۵}$ (۰/۵)

مصححین محترم ، با عرض سلام و خسته نباشید لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را منظور فرمایید.

www.alm.loxblog.com